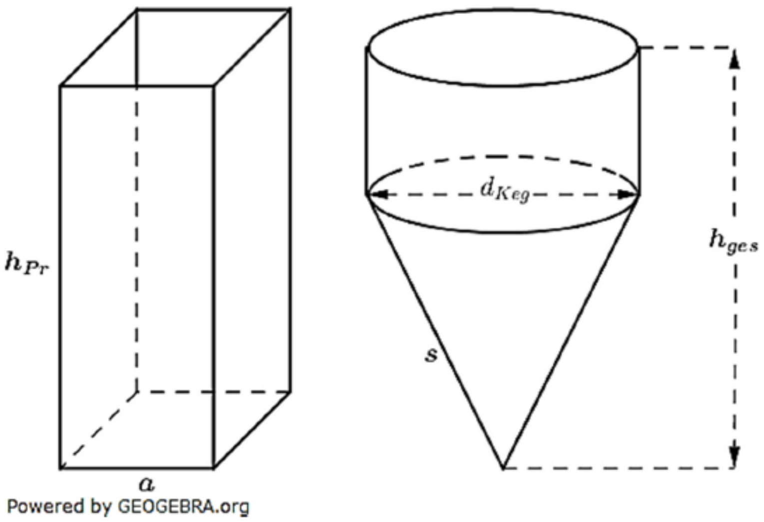
Übung Mathematik 04.05.2020

Aufgabe 1

Die Abbildung zeigt ein quadratisches Prisma und einen zusammengesetzten Körper. Der zusammengesetzte Körper besteht aus einem Kegel mit aufgesetztem Zylinder.
Das quadratische Prisma ist vollständig mit Wasser gefüllt. Dieses Wasser wird in den zusammengesetzten Körper umgefüllt.
Es gilt:

$$a = 10{,}0\ cm$$
$$h_{Pr} = h_{ges} = 25{,}0\ cm$$
$$s = 20{,}0\ cm$$
$$d = 17{,}8\ cm$$



Wie hoch steht das Wasser im zusammengesetzten Körper?

Aufgabe 2

Auf der Oberfläche der Innenseite des Prismas bildet sich Rost. Am ersten Tag bedeckt der Rost 4cm². Rost breitet sich auf Oberflächen mit Zuwachs 6% pro Tag aus.

a) Wie viel cm² sind nach 7 Tagen mit Rost bedeckt?

b) Nach wie vielen Tagen ist die gesamte Oberfläche mit Rost bedeckt?

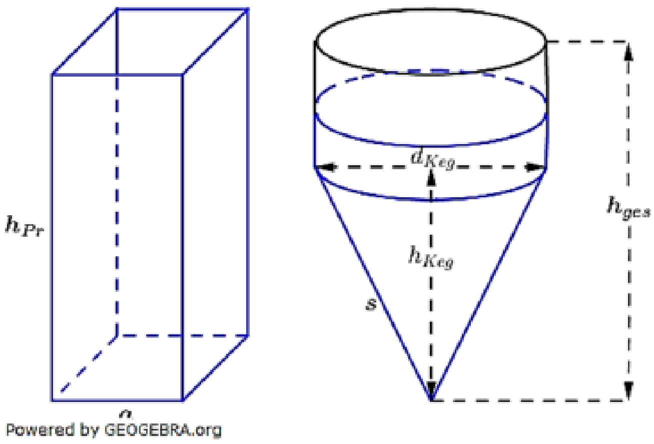
c) Rost verringert nicht nur die Stabilität sondern auch das Gewicht eines Gegenstandes. Das Prisma besteht aus Metall-Platten. Diese haben ein Gewicht von 6 Gramm pro cm². Rost verringert dieses Gewicht um 30%. Wie viel Kilogramm wiegt das Prisma, nachdem es vollständig mit Rost bedeckt ist?

Lösungen

Aufgabe1

Lösungslogik

Die Wasserfüllung ist in nebenstehender Graphik durch die blauen Linien gekennzeichnet.
Wir berechnen zunächst das Volumen des Prismas über $V_{Pr} = G_{Pr} \cdot h_{Pr}$.
Danach berechnen wir das Volumen des Kreiskegels mit
$V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$
Da h_{Keg} nicht gegeben ist, müssen wir h_{Keg} berechnen über den Satz des Pythagoras mit der Seitenkante s und dem Radius des Kegels mit $r_{Keg} = \frac{1}{2}d$.
Jetzt können wir V_{Keg} bestimmen.



Die Differenz aus $V_{Pr} - V_{Keg}$ ist das Wasservolumen, welches dann vom Zylinder aufgenommen wird. Über $V_{Pr} - V_{Keg} = \pi r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$ (mit $r_{Zyl} = r_{Keg}$) ermitteln wir die Höhe des im Zylinder stehenden Wassers.
Die gesuchte Höhe ist dann $h_{Keg} + h_{Zyl}$.

Klausuraufschrieb

$V_{Pr} = G_{Pr} \cdot h_{Pr} = a^2 \cdot h_{Pr} = 100 \cdot 25 = 2500\ cm^3$

$V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$

h_{Keg}: $\quad h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2}$ | Satz des Pythagoras

r_{Keg}: $\quad r_{Keq} = \frac{1}{2} \cdot d = 8{,}9$

$\quad h_{Keg} = \sqrt{20^2 - 8{,}9^2} = 17{,}91$

V_{Keq}: $\quad V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 8{,}9^2 \cdot 17{,}91 = 1485{,}61$

V_{Rest}: $\quad V_{Rest} = V_{Pr} - V_{Keg} = 2500 - 1485{,}61 = 1014{,}39$

Der aufgesetzte Zylinder muss somit noch $1014{,}39\ cm^3$ Wasser aufnehmen.

h_{Zyl}: $\quad V_{Rest} = V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$

$\quad 1014{,}39 = \pi \cdot 8{,}9^2 \cdot h_{Zyl}$

$\quad 1014{,}39 = 248{,}8456 \cdot h_{Zyl}$ | $:248{,}8456$

$\quad h_{Zyl} = 4{,}07$

h_W: $\quad h_W = h_{Keg} + h_{Zyl} = 17{,}91 + 4{,}07 = 21{,}98$

Das Wasser steht ca. $22\ cm$ hoch im Körper.

Aufgabe2

a) F(7) = 6,01 cm²

b) Oberfläche Prisma: O = 1200cm²

$1200 = 4 \cdot 1{,}06^x$

x = 97,89 Tage

c)

1200 · 6 = 7200g

7200 – 30% = 5040g

5040 : 1000 = 5,04Kg