

AB Quadratische Gleichungen

Lösungsformel für quadratische Gleichungen

Die Lösungen einer quadratischen Gleichung in der Normalform $x^2 + p x + q = 0$ können mit einer Formel berechnet werden.

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Die Anzahl der Lösungen hängt vom Wert der Diskriminante $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ ab.

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0: \text{zwei Lösungen}$$

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0: \text{eine Lösung}$$

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0: \text{keine Lösung}$$

1. Beispiel

$$x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$p = -7 \quad q = -60$$

$$x_{1/2} = -\frac{-7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-7}{2}\right)^2 + 60}$$

$$= 3,5 \pm \sqrt{12,25 + 60}$$

$$= 3,5 \pm \sqrt{72,25}$$

$$= 3,5 \pm 8,5$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -5$$

$$L = \{12, -5\}$$

2. Beispiel

$$4x^2 + 20x + 30 = 6 \quad | -6$$

$$4x^2 + 20x + 24 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$p = 5 \quad q = 6$$

$$x_{1/2} = -\frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1/2} = -2,5 \pm 0,5$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = -3$$

$$L = \{-2, -3\}$$

3. Beispiel

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$p = 1 \quad q = 2$$

$$\text{Diskriminante: } \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 0,25 - 2 = -1,75 < 0$$

$$L = \{ \}$$

1 Gib die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung an.

a) $x^2 = 16$

b) $x^2 = 6,25$

c) $x^2 = \frac{9}{49}$

$$x^2 = 64$$

$$x^2 = 2,25$$

$$x^2 = \frac{25}{81}$$

2 Berechne die Diskriminante und entscheide, ob die Gleichung zwei Lösungen, eine Lösung oder keine Lösung hat.

a) $x^2 + 2x + 2 = 0$

b) $x^2 - 6x + 10 = 0$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x^2 + 14x + 50 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

3 Bestimme die Lösungsmenge der quadratischen Gleichung mithilfe der Lösungsformel.

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

b) $x^2 + 2x - 35 = 0$

$$x^2 + 11x + 24 = 0$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$x^2 + 15x + 50 = 0$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

c) $x^2 - 8x + 12 = 0$

d) $x^2 - 3x - 28 = 0$

$$x^2 - 14x + 40 = 0$$

$$x^2 - 16x - 80 = 0$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0$$

$$x^2 - x - 56 = 0$$

4 Forme die quadratische Gleichung in die Normalform um. Löse dann die Gleichung.

a) $2x^2 - 20x + 42 = 0$

b) $5x^2 - 10x - 40 = 0$

$$3x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$7x^2 - 21x - 70 = 0$$

$$-x^2 - 4x + 60 = 0$$

$$-2x^2 + 3x - 14 = 0$$

c) $3x^2 + 4x + 36 = 2x^2 - 16x - 60$

$$5x^2 - 12x + 30 = 3x^2 - 30x - 10$$

$$10x^2 + 18x + 23 = 7x^2 - 18x - 10$$